Girona

Presa de decisions

Vicenç Torra[1]

Gener, 2007

[1] Institut d'Investigació en Intel·ligència Artificial (IIIA-CSIC)

Índex

- Agregació i escales
  - Teoria del mesurament
  - Agregació

Introducció

- Teoria del mesurament
  - Mesurament: El procés d'assignar nombres a característiques d'objectes o persones segons unes regles.
- Els operadors d'agregació ...
  - ... s'apliquen als mesuraments per *millorar* aquests nombres
- Tanmateix,
  - (Hays, 1973) sempre és possible aplicar operacions matemàtiques als nombres (sumar-los, fer-ne la mitjana, aplicar-hi logaritmes, etc.).
    $\rightarrow$ La qüestió, però, és si després d'aplicar-hi les operacions les afirmacions que se'n dedueixen sobre els objectes són encara certes (o, millor, si són significatives).

Introducció

- El mesurament es pot veure com ...
  - ... la construcció d'homomorfismes (o escales) des d'estructures relacionals empíriques cap a estructures relacionals numèriques.
- Informalment,
  - les estructures relacionals empíriques corresponen a les estructures que es troben en el món real, i
  - les estructures numèriques corresponen a les del marc que construïm per mesurar.

Introducció

- Exemple. L'escala de duresa de Mohs
  - Estructura relacional: $\langle A, \succ \rangle$
    - un conjunt A i una relació $\succ$.
    - Aquí, $a_1 \succ a_2$ per $a_1, a_2 \in A$ se satisfà quan a_1 és més dur que a_2.
- Exemple. Mesurament de longitud d'objectes llargs.
  - Estructura relacional: $\langle A, \succ, \circ \rangle$.
    - un conjunt A, una relació $\succ$ i una operació $\circ$.
    - $a_1 \succ a_2$ per $a_1, a_2 \in A$ es compleix quan a_1 és més llarg que a_2.
    - $\circ$ correspon a la concatenació dels objectes llargs;
      $a_1 \circ a_2$ correspon a posar a_2 després de a_1.
      $\circ$ apropiada per tractar la suma de longituds.

Introducció

- Formalització apropiat per l'escala de duresa (Definició 2.3)
  - A un conjunt, $\succeq$ una relació binària sobre A. Aleshores, $\langle A, \succeq \rangle$ és un ordre parcial si i només si per a tot $a_1, a_2, a_3 \in A$, se satisfan
    Connectivitat: Tenim o bé $a_1 \succeq a_2$, o bé $a_2 \succeq a_1$
    Transitivitat: Si $a_1 \succeq a_2$ i $a_2 \succeq a_3$, aleshores $a_1 \succeq a_3$.

- Teorema de representació (de Cantor) (Teorema 2.4)
  - Existeix una funció ϕ sobre A en els reals t.q., per a tot $a_1, a_2 \in A$,
    $$a_1 \succeq a_2 \text{ si i només si } \phi(a_1) \geq \phi(a_2).$$

- Teorema d'unicitat (Transformacions permissibles)
  - Sigui ϕ un homomorfisme d'ordre, aleshores ϕ' n'és un altre sii existeix una funció f estrictament creixent t.q., per a tot $a \in A$,
    $$\phi'(a) = f(\phi(a)).$$

Introducció

- Escales principals
  - Tenint en compte les transformacions permissibles

Nom	Transformacions permissibles	Exemples
Absoluta	$\psi(x) = x$	comptar, els nombres
De relació	$\psi(x) = \alpha x$ (per $\alpha > 0$)	massa (de kg a lliures: $\psi(k) = 0,4536$ longitud (de milles a km: $\psi(m) = 1,6$
Interval	$\psi(x) = \alpha x + \beta$	temps (calendari) temperatura (Celsius/Fahrenheit)
Ordinal	$\psi(x)$ tal que $x > y$ implica $\psi(x) > \psi(y)$ $x = y$ implica $\psi(x) = \psi(y)$	preferències escala de Mohs per mesurar duresa
Nominal	$\psi(x)$ un a un	assignatures a l'escola marques de productes

Introducció

- Agregació
  - La definició de l'agregació en una escala ha de ser consistent amb les operacions permissibles
  - Hi ha resultats pel cas en que valors diferents es troben en escales diferents.
  - Proposició 4.37
    * N avaluacions d'un mateix objecte utilitzant N escales de relació amb unitats diferents.
    * Aleshores, un operador $\mathbb{C}$ que satisfà la unanimitat i la simetria és significatiu en totes les escales sii $\mathbb{C}$ és la mitjana geomètrica:

$$\mathbb{C}(a_1, \ldots, a_N) = \Big(\prod_{i=1}^{N} a_i\Big)^{1/N}.$$

Introducció

- Agregació i teoria del mesurament
  - Diversos resultats pel cas d'agregació numèrica
  - Diversos resultats pel cas d'agregació ordinal